ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Ο.Ε.Φ.Ε. 2003

ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΕΕ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΖΗΤΗΜΑ 1°

7, 11, 10, 13, 15, 3, 12, 11, 4, 14
3, 4, 7, 10, 11, 11, 12, 13, 14, 15

α)

Xi	**Vi** συχνότητα	**Ni** αθροιστική συχνότητα	**fi** σχετική συχνότητα	**Xi·Vi**	$\bar{x}$ **-xi**	$(\bar{x}$ **-xi**$)^2$	$(\bar{x}$ **-xi**$)^2$**.vi**
3	1	1	0,1	3	7	49	49
4	1	2	0,1	4	6	36	36
7	1	3	0,1	7	3	9	9
10	1	4	0,1	10	0	0	0
11	2	6	0,2	22	-1	1	2
12	1	7	0,1	12	-2	4	4
13	1	8	0,1	13	-3	9	9
14	1	9	0,1	14	-4	16	16
15	1	10	0,1	15	-5	25	25
ΣΥΝΟΛΟ	V = 10		1	100			150

β) μέση τιμή $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{K} xi \cdot vi}{v} = \dfrac{100}{10} = 10$

γ) επικρατούσα τιμή (M_o)=11

δ) διάμεσος δ=$\dfrac{11+11}{2} = 11$

ε) ΕΥΡΟΣ R = 15 – 3 = 12

στ) διακύμανση $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{K}(\bar{x}-xi)^2 vi}{v} = \dfrac{150}{10} = 15$

ζ) Το πλήθος των προϊόντων με τιμή τουλάχιστον 12 είναι 4. (τουλάχιστον = το λιγότερο)

<u>ΖΗΤΗΜΑ 2ο</u>

α) $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{4x-1}{4x^2+7x-2} = \dfrac{8-1}{16+14-2} = \dfrac{7}{28} = \dfrac{1}{4}$

β) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{(\sqrt{x+2}-2)(\sqrt{x+2}+2)}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} =$

$\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{\sqrt{x+2}^2-2^2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x+2-4}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} =$

$\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{1}{\sqrt{x+2}+2} = \dfrac{1}{4}$.

γ) Για να υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, πρέπει να ισχύει $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$.

Παρατηρούμε ότι τα πλευρικά όρια είναι ίσα, άρα υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = \dfrac{1}{4}$.

<u>ΖΗΤΗΜΑ 3ο</u>

$f(x) = 2x^3 + \alpha x^2 + 3$

α) Επειδή η συνάρτηση f είναι πολυωνυμική έχουμε:

$\lim\limits_{x\to 2} f(x) = f(2)$ ή $\lim\limits_{x\to 2} f(x) = (2x^3 + \alpha x^2 + 3) = 2\cdot 2^3 + \alpha\cdot 2^2 + 3 =$

$16 + 4\alpha + 3 = 4\alpha + 19$

Άρα $4\alpha + 19 = -1 \Rightarrow 4\alpha = -19 - 1 \Rightarrow 4\alpha = -20 \Rightarrow \alpha = -5$

β) $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3$

παράγουσα $F(x) = \dfrac{2x^4}{4} - \dfrac{5x^3}{3} + 3x + c = \dfrac{x^4}{2} - \dfrac{5x^3}{3} + 3x + c$

γ) $f'(x) = \sigma\upsilon\nu(2x^2+5)\cdot(2x^2+5)' =$

$\sigma\upsilon\nu(2x^2+5)\cdot 4x = 4x\cdot\sigma\upsilon\nu(2x^2+5)$

<u>ΖΗΤΗΜΑ 4ο</u>

$$\theta(t) = \frac{1}{10} t(20 - t) + 2$$

$$\theta'(t) = \left(\frac{1}{10} t\right)' \cdot (20 - t) + (20 - t)' \cdot \frac{1}{10} t = \frac{1}{10} \cdot (20 - t) - \frac{1}{10} t =$$

$$= \frac{20 - t}{10} - \frac{t}{10} = \frac{20 - 2t}{10} = \frac{2(10 - t)}{10} = \frac{10 - t}{5}$$

$$\theta'(t) = 0 \Rightarrow \frac{10 - t}{5} = 0 \Rightarrow 10 - t = 0 \Rightarrow t = 10 \text{ μήνες}$$

t	0		10		15
θ΄(t)		+	0	-	
θ (t)		↗	TM	↘	

α) Η χρονική στιγμή κατά την οποία η θεαματικότητα της εκπομπής ήταν μέγιστη είναι για t = 10 μήνες (το 10ο μήνα).

β) Η μέγιστη θεαματικότητα είναι το θ(10) = $\frac{1}{10} \cdot 10(20 - 10) + 2 = 12$ επί τοις εκατό (%).

γ) Η θεαματικότητα αυξάνεται στο χρονικό διάστημα [0,10] δηλ. μέσα στους 10 πρώτους μήνες και μειώνεται στο χρονικό διάστημα [10,15] δηλ. τους 5 τελευταίους μήνες.